

Uma história natural do zero

Wagner Gomes Rodrigues

Itacoatiara, 23 de Outubro de 2017

O problema da memória finita

1 2 3 4 5 6 7 8 9 \diamond \blacksquare \spadesuit \clubsuit \triangle ∇ \cup ...

$$1 + 9 = \diamond.$$

$$\blacksquare - \spadesuit = 1$$

$$2 \times 8 = \cup$$

$2 \times 1 = 2$

$2 \times 2 = 4$

$2 \times 3 = 6$

$2 \times 4 = 8$

$2 \times 5 = \diamond$

$2 \times 6 = \spadesuit$

$2 \times 7 = \triangle$

$2 \times 8 = \cup$

$2 \times 9 = \blacklozenge$

$2 \times \diamond = \circ$

$9 \times 1 = 9$

$9 \times 2 = \#$

$9 \times 3 = \surd$

$9 \times 4 = \emptyset$

$9 \times 5 = \flat$

$9 \times 6 = \spadesuit$

$9 \times 7 = \sphericalangle$

$9 \times 8 = \square$

$9 \times 9 = \star$

$9 \times \diamond = \text{S}\circ$

Primeiras tentativas

| || ||| ||||

||||

|||| ||| ||| = ||| de |||

|||| ||| ||| + ||| ||| ||| =

|||| de ||| mais |||

Romanos

I	1	XXI	21	XLI	41	LXI	61	LXXXI	81
II	2	XXII	22	XLII	42	LXII	62	LXXXII	82
III	3	XXIII	23	XLIII	43	LXIII	63	LXXXIII	83
IV	4	XXIV	24	XLIV	44	LXIV	64	LXXXIV	84
V	5	XXV	25	XLV	45	LXV	65	LXXXV	85
VI	6	XXVI	26	XLVI	46	LXVI	66	LXXXVI	86
VII	7	XXVII	27	XLVII	47	LXVII	67	LXXXVII	87
VIII	8	XXVIII	28	XLVIII	48	LXVIII	68	LXXXVIII	88
IX	9	XXIX	29	XLIX	49	LXIX	69	LXXXIX	89
X	10	XXX	30	L	50	LXX	70	XC	90
XI	11	XXXI	31	LI	51	LXXI	71	XCI	91
XII	12	XXXII	32	LII	52	LXXII	72	XCII	92
XIII	13	XXXIII	33	LIII	53	LXXIII	73	XCIII	93
XIV	14	XXXIV	34	LIV	54	LXXIV	74	XCIV	94
XV	15	XXXV	35	LV	55	LXXV	75	XCV	95
XVI	16	XXXVI	36	LVI	56	LXXVI	76	XCVI	96
XVII	17	XXXVII	37	LVII	57	LXXVII	77	XCVII	97
XVIII	18	XXXVIII	38	LVIII	58	LXXVIII	78	XCVIII	98
XIX	19	XXXIX	39	LIX	59	LXXIX	79	XCIX	99
XX	20	XL	40	LX	60	LXXX	80	C	100

$$X = 10$$

V é a metade superior de X

IV é um antes de V

VII dois depois do V

IX é um antes de X

$$D = 500$$

$$\overline{D} = 500 \times 1000$$

“ Livia deixou 50.000.000 sestécios para Galba”



Tibério(42a.C. - 37 d.C.)

$\overline{|D|} \rightarrow \overline{D}$ (“*quia notata non perscripta erat summa*”)

Sumérios (Mesopotâmia 3000 a.C.)

┐	1	┐┐	2	┐┐┐	3	▽	4
▽	5	▽▽	6	▽▽▽	7	▽▽▽	8
▽▽▽	9	<	10	<┐	11	<┐┐	12
<┐┐	13	<▽	14	<▽	15	<▽▽	16
<▽	17	<▽▽	18	<▽▽	19	<<	20
<<<	30	↙	40	↙	50	┐	60

números sumérios

Contagem por 1, 10, 60



escrita suméria

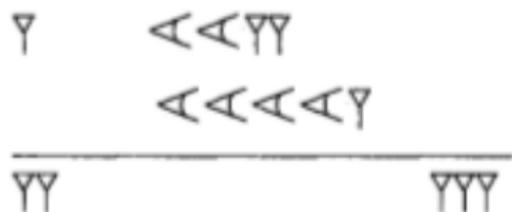
Sistema Posicional

$$\begin{array}{ccc} \Uparrow\Uparrow & \triangleleft & \Uparrow\Uparrow\Uparrow \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ (2 \times 60) & +10 & +7 \\ = 120 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \Uparrow & \Uparrow\Uparrow \\ \uparrow & \uparrow \\ (1 \times 60) & +2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \Uparrow & \Uparrow & \Uparrow \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \end{array}$$

Sistema Posicional- soma



Problemas...

Como diferenciar 180 de 3 ?



Após Mil anos de ambigüades...

$$\begin{array}{r} \Upsilon\Upsilon \\ \uparrow \\ (2 \times 60) \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} \Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon \\ \uparrow \\ 5 \end{array} = 125$$

but

$$\begin{array}{r} \Upsilon\Upsilon \\ \uparrow \\ (2 \times 60^2) \end{array} + \begin{array}{r} \Upsilon \\ \uparrow \\ (0 \times 60) \end{array} + \begin{array}{r} \Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon \\ \uparrow \\ 5 \end{array} = 7,205$$
$$= 7,200$$

E os gregos?

<i>Símbolo</i>	<i>Valor</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Valor</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Valor</i>
α	1	ι	10	ρ	100
β	2	κ	20	σ	200
γ	3	λ	30	τ	300
δ	4	μ	40	υ	400
ε	5	ν	50	φ	500
ς	6	ξ	60	χ	600
ζ	7	ο	70	ψ	700
η	8	π	80	ω	800
θ	9	ϕ	90	Ͱ	900

$$318 = \tau\iota\eta = \text{por quê}$$
$$\overline{\tau\iota\eta}$$

331 ac- Gregos invadem Babilônia

Almagesto - Ptolomeu -(150dc) - Temos apenas traduções
Bizantinas
Οὐδέν-nada

Rumo ao Oriente

Armazenar números grandes
Criou um sistema Posicional a
partir das nove vogais em
sânscrito.

386 - CAJIGU

"*Kha*" - posição → zero



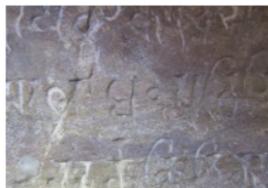
Astrônomo Aryabhata (500 dc)

“Reencarnação do Zero” 876dc

Índia sofre forte influência do antepassados gregos- Matemática e Astronomia

Incluindo a razão em entre o dia mais longo e o mais curto.

Povo Gwalior queria dar um jardim ao templo de Vishnu com 187 por 270 hastas, do qual se poderiam colher 50 grinaldas todos os dias



A marca do vazio ou a marca vazia?

Não basta um símbolo para o nada. O conceito é mais importante.
Zero: a ideia de ausência de qualquer número ou a ideia de um número para tal ausência?

“Kha”



Dhuli-Kharma

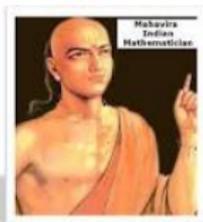
Mahavira (séc IX)

Preocupações a cerca do comportamento do zero:

“O zero se torna o mesmo que é adicionado a ele”

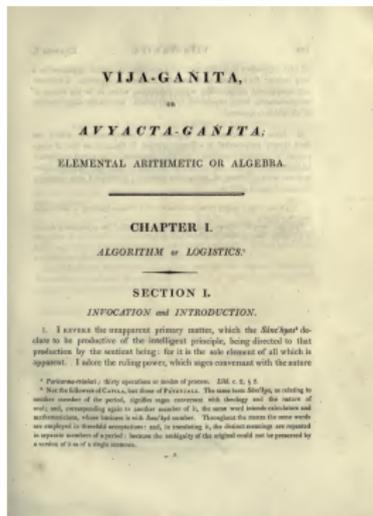
O zero começava a transformar em um número.

“ Negativo subtraído de cifra se torna positivo; e afirmativo, se torna negativo; negativo, menos cifra, é negativo; positivo é positivo; cifra nada”



Bhaskara(1114-1185)

“Reverencio a matéria primordial invisível... pois que é o elemento exclusivo de tudo o que é visível... a aritmética da quantidade conhecida... é fundamentada na quantidade desconhecida; e questões a serem resolvidas dificilmente podem ser compreendidas por qualquer um ou de forma alguma por aqueles de ideias obtusas, sem a aplicação da quantidade desconhecida...”



“ Na adição de cifra, ou subtração dela, a quantidade , positiva ou negativa, permanece a mesma. Mas subtraída da cifra, é invertida”
“ cifra é colocada no lugar que é nenhum número a fim de evitar erros”

Lilavatti (Garota atraente)

“Bela, querida e maravilhosa garota cujos olhos são como de um fauno! Se você é versada em multiplicação, diga-me, quanto é 135 multiplicado por 12?”



As primeiras divergências

Mahavira : “Um número permanece inalterado quando dividido por zero”

Brahmagupta : “ Positivo ou negativo dividido por cifra , é uma fração com cifra como denominador (khacheda). Cifra dividida por negativo ou positivo é cifra ou expressa como uma fração com cifra como numerador e a quantidade finita como denominador... cifra dividida por cifra é nada...”

Bhaskara: “Uma quantidade, dividida por cifra, torna-se uma fração cujo denominador é cifra. Essa fração é denominada uma quantidade khacheda. Nessa quantidade não há alteração, embora muitos possam ser inseridos ou extraídos; como não ocorre mudança no deus infinito e imutável quando os mundos são criados ou destruídos, embora numerosas ordens de seres sejam absorvidas ou produzidas.

Incógnita

Bhaskara: " Diga-me, erudito senhor, o produto de "tanto quanto" cinco, menos um absoluto, por tanto quanto três mais dois absolutos " $((5x - 1)(3x + 2))$

Existia um símbolo que representava um número desconhecido e um que representava nenhum número.

Mudança de paradigma

A invenção destes símbolos permitiu escrever sentenças que antes não era possível pensar: $x^2 + 3x - 22 = 0$ e $x^4 + 3x - 22 = 0$
area + comprimento..

Chegada à Europa

Levou para Europa a “perigosa feitiçaria sarracena”. Uma cópia dos 13 livros de Euclides e as tabelas astronômicas de Al-Khowarizmi.



Adelardo de Bath (1080-1152)

Chegada à Europa (900dc)

A natureza tem horror ao vazio...

O vazio era associado ao mal, as forças e os seres podiam ser evocados

Os algarismos eram utilizados por alquimistas, simbolizando a transformação química.

Demarcava a terra enfeitada.



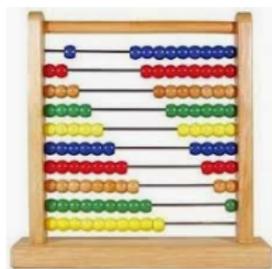
The Crafte of Numbrynge(1300)

Este livro é chamado de livro do algorim ou augrym por causa do seu uso depravado. E este livro trata do ofício da numeração, ofício também denominado algorym . Havia um rei das índias chamado Algor e ele criou esse ofício... algoritmos, em que usamos os algarismos das Índias. Cada uma dessas figuras anuncia a si mesma e a nada mais, se estiver na primeira posição da régua... Se estiver na segunda posição da régua, ele anuncia dez vezes a si mesmo, como este algarismo 2 aqui 20 indica dez vezes a si mesmo

Mais dificuldades...

Somar, subtrair e multiplicar era mais fácil com abaco ...
"Faire par algorisme " - calcular errado (não se tinha papel a disposição)

Ábaco - abacus - abq



Dividir com algoritmos era mais fácil.

Carta de uma pai anônimo a seu filho (Veneza séc XVI)

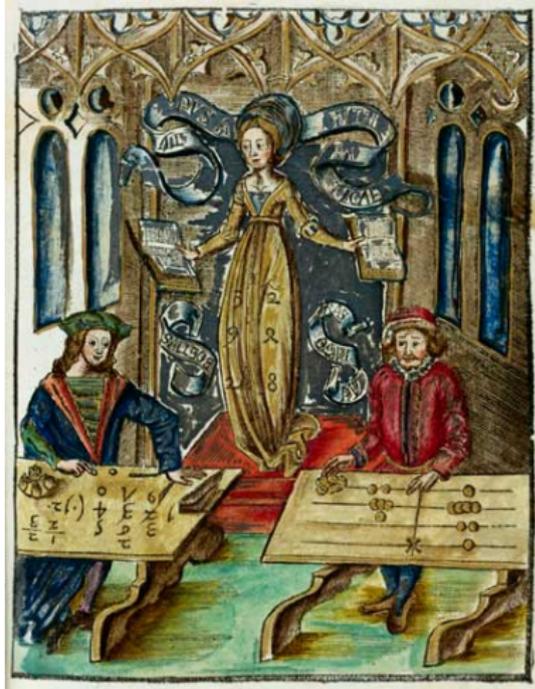
” Quero que você aprenda a levantar cedo, ir a igreja regularmente e aprenda aritmética, pois dividir no tabuleiro é muito difícil “

Problema de um livro didático de 1489:

Um homem vai a um cambista em Viena com 30 centavos em moeda de Nuremberg. Ele pede ao cambista: " Por favor, troque meus 30 centavos e dê tantas libras de Viena quanto elas valerem." E o cambista não sabe quanto deve dar ao homem em moeda vienense. Ele vai ao escritório de contabilidade, onde lhe aconselham a dizer: " 7 libras de Viena valem 9 libras de Linz, e 8 de Linz valem 11 de Passau, e 12 de Passau valem 13 de Vilshofen e 15 de Vilshofen valen 10 de Regensburg e 8 de Regensburg valem 18 de Neumark e 5 de Neumark valem 4 centavos de Nuremberg". Quantos centavos vienenses valem 30 centavos de Nuremberg?

Ulrich Wagner (1493)-

" Lecionando para os jovens, descobri que os que começavam pelas linhas são sempre mais competentes e rápidos do que aqueles que trabalham com algarismos arábicos e uma pena .



Evoluções

$$a/0 = \infty?$$

$$0/0 = ?$$

$$0^0 = ?$$

Evoluções

$$0^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$0^{\frac{1}{3}} = 0, \quad 0^{\frac{1}{4}} = 0\dots, \quad 0^{\frac{1}{1000000}} = 0$$

$$0^0 = 0$$

Evoluções

$$\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1, \quad \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1\dots, \quad \left(\frac{1}{1000000}\right)^0 = 1$$
$$1^0 = 1$$
$$0^0 = 1$$

“al-jabr wa'l muqabalah” restauração e redução

$$x^2 - 39 + 8x = -2x$$

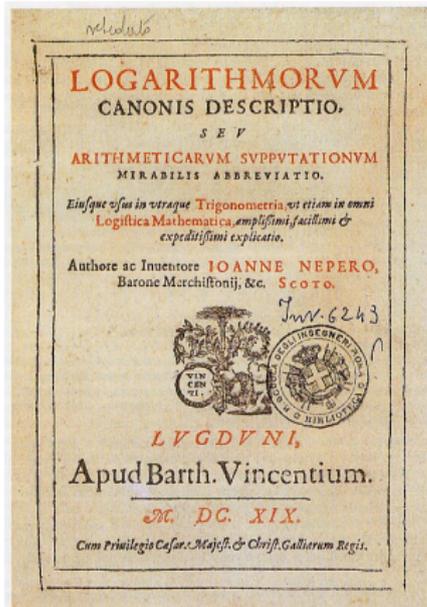
$$x^2 + 10x = 39$$

$$x^2 + px = q$$

$$x^2 + q = px$$

$$px + q = x^2$$

Jhon Napier (1550-1617)



Jhon Napier (1550-1617)



Jhon Napier (1550-1617)



$$x^2 + px + q = 0$$

$$(x \quad)(x \quad) = 0$$

Criando tudo do nada



Jhon von Neumann(1903-1957)

Criando tudo do nada

\emptyset , $\{\emptyset\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$...

0, 1 , 2,

ObrigadØ!