

A REPRESENTAÇÃO DE WEIERSTRASS PARA SUPERFÍCIES MÍNIMAS DO ESPAÇO EUCLIDIANO TRIDIMENSIONAL

Autores: Lucas Vinícius Palheta de Souza⁽¹⁾, Maria Rosilene Barroso dos Santos⁽²⁾.

Filiação/email/endereço: 1. Universidade Federal do Amazonas - UFAM, email: lucas.9810@hotmail.com. 2. Universidade Federal do Amazonas - UFAM, email: mrosilenesantos@gmail.com.

Resumo: Em 1760, Joseph-Louis Lagrange conceitou um problema de minimização de áreas de superfícies que eram gráficos de funções. A partir desse estudo, o universo das superfícies mínimas foi revolucionado. Inúmeros matemáticos propuseram soluções isoladas para o problema. Todavia, com os avanços de Karl Weierstrass e Alfred Enneper encontrou-se uma forma de se obter “soluções gerais” da equação de Lagrange. A Representação de Weierstrass é um modelo bastante útil e eficiente de se obter superfícies mínimas imersas em \mathbb{R}^3 . Um fator de destaque é a grande abrangência deste assunto. É um problema essencialmente de Geometria, entretanto, as ferramentas usadas, para extensão e, assim, simplificação, provêm, principalmente, da área de Análise Complexa. Vale ressaltar que a estrutura apresentada ao longo do texto é apenas para o espaço euclidiano tridimensional. O objetivo deste trabalho é apresentar a Representação de Weierstrass para superfícies mínimas imersas em \mathbb{R}^3 , juntamente, com os seus principais conceitos. Grosso modo, a representação de Weierstrass nos dá condições necessárias e suficientes para se obter uma superfície mínima através de funções holomorfas. Devido à dificuldade de encontrar soluções para o problema proposto por Lagrange, foi obtida outra forma de encontrar tais superfícies por meio da teoria complexa. Usando aplicações conformes e o fato que, localmente, sempre é



possível definir parâmetros conformes sobre superfícies, o estudo em questão é feito em superfícies de Riemann. Outro ponto relevante descrito neste trabalho é o significado estendido da aplicação normal de Gauss através da função definida no teorema da representação de Weierstrass. Uma pergunta natural a ser feita é quanto à extensão do Teorema de Representação de Weierstrass para superfícies mínimas do espaço euclidiano tridimensional. Sabe-se que este teorema pode ser estendido a superfícies imersas em \mathbb{R}^n e ainda caracterizado como as representações tipo-Weierstrass, as quais são resultados da adaptação do teorema a determinados ambientes. Um problema de extrema relevância é a representação de Weierstrass para Grupos de Lie tridimensionais. Uma extensão deste último está relacionado ao problema da representação em Grupos de Lie de dimensão quatro.

Palavras-chave: Superfícies Mínimas; Superfícies de Riemann; Representação de Weierstrass.

